

⑨ 日本国特許庁(JP)

⑩ 特許出願公開

⑫ 公開特許公報(A)

昭62-79522

⑪ Int.Cl.⁴

G 06 F 7/548
7/544

識別記号

庁内整理番号

6798-5B
6798-5B

⑬ 公開 昭和62年(1987)4月11日

審査請求 未請求 発明の数 1 (全6頁)

⑭ 発明の名称 デジタル関数計算装置

⑮ 特 願 昭60-220623

⑯ 出 願 昭60(1985)10月3日

⑰ 発 明 者 村 田 芳 夫 鎌倉市上町屋325番地 三菱電機株式会社鎌倉製作所内

⑱ 出 願 人 三菱電機株式会社 東京都千代田区丸の内2丁目2番3号

⑲ 代 理 人 弁理士 大岩 増雄 外2名

明 細 書

1. 発明の名称

デジタル関数計算装置

2. 特許請求の範囲

ベクトルを逐次回転することにより三角関数、双曲関数等の初等関数を計算するCORDIO法を実現したいビットのデジタル関数計算装置において、そのベクトル回転の近似計算途中で逐次計算される直交座標点(x軸, y軸, z軸)の増分値を保持する3つのレジスタと、前記直交座標点の部分積を保持する3つのレジスタと、前記直交座標点の部分積を計算する3つの算術演算ユニットと、前記直交座標点の増分値を求めるために2のべき乗積を計算するnビットのバレルシフタとを備えたことを特徴とするデジタル関数計算装置。

3. 発明の詳細な説明

〔産業上の利用分野〕

この発明は、ベクトルの回転を利用して初等関数値を計算するCORDIO法を実現したデジタル関数計算装置に関するものである。

〔従来の技術〕

CORDIO法について簡単に説明する。

点Pの直交座標(x, y)と極座標(R, θ)との間には次の関係がある。

$$x = R \cdot \cos \theta \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$y = R \cdot \sin \theta \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\theta = \tan^{-1}(y/x) \quad \dots\dots\dots (4)$$

従つて、極座標が与えられているとき、何らかの方法で直交座標が求まれば上記の関係式より $\cos \theta$, $\sin \theta$ が求まる。また直交座標が与えられているとき、何らかの方法で極座標が求まれば $\tan^{-1}(y/x)$ が求められる。CORDIO法ではベクトルの回転を利用してこれを行なう方法である。第7図に示すように点 P_i , P_{i+1} をとる。図において (x_i, y_i) , (x_{i+1}, y_{i+1}) はそれぞれ点 P_i , P_{i+1} の直交座標, (R_i, θ_i) , (R_{i+1}, θ_{i+1}) はそれぞれ点 P_i , P_{i+1} の極座標でありまた α_i は R_i と R_{i+1} のなす角度である。このとき

$$R_{i+1} = R_i \cdot \sqrt{1 + \delta_i^2} = R_i \cdot K_i \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \alpha_i \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\delta_i = \tan \alpha_i \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$K_i = \sqrt{1 + \delta_i^2} \quad \dots\dots\dots(8)$$

の関係があり、

$$\cos \alpha_i = 1 / \sqrt{1 + \delta_i^2} \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\sin \alpha_i = \delta_i / \sqrt{1 + \delta_i^2} \quad \dots\dots\dots(10)$$

であるから

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= R_{i+1} \cdot \cos \theta_{i+1} \\ &= R_i \cdot K_i (\cos \theta_i \cdot \cos \alpha_i + \sin \theta_i \cdot \sin \alpha_i) \\ &= x_i \cdot y_i \cdot \delta_i \quad \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_{i+1} &= R_{i+1} \cdot \sin \theta_{i+1} \\ &= y_i - x_i \cdot \delta_i \quad \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

となる。またここで

$$z_i = z_i + \alpha_i \quad \dots\dots\dots(13)$$

とおく。

すなわち点 P_{i+1} は点 P_i を K 倍して角 α_i だけ回転させた点である。

このようにして、初期点 P_0 を与え、 n 回だけ上記のような回転を行つて得られる点 P_n について

(3)

または

$$x_{i+1} = x_i - 2^{-i} \cdot y_i \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$y_{i+1} = y_i + 2^{-i} \cdot x_i \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$z_{i+1} = z_i - \alpha_i \quad \dots\dots\dots(16)$$

の回転を行なうことにより、式(14)～(16)の結果を得ることができる。

なお、 $d_i = \tan^{-1} 2^{-i}$ とすることは1回回転する毎に、回転させる角度 α_i が減小していき、 α_i は無限に0に近づくことを意味している。

今、 $x_0 = 1/K$ 、 $y_0 = 0$ ととり、 $z_i \rightarrow 0$ となるように式(14)～(16)の回転を繰り返し行なつた場合を考える。この場合式(14)より $\alpha = -z_0$ となり、従つて式(14)、(15)、(16)より

$$x_n = \sin z_0 \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$y_n = \cos z_0 \quad \dots\dots\dots(18)$$

となり、角度 z_0 の正弦、および余弦が計算できる。

次に、 x_0 、 y_0 を適当な値に、 $z_0 = 0$ ととり、 $y_n \rightarrow 0$ となるように式(14)～(16)の回転を繰り返し行なつた場合には、

$$x_n = K \sqrt{x^2 + y^2} \quad \dots\dots\dots(19)$$

(5)

$$R_n = R_0 \cdot \prod_{i=0}^{n-1} K_i = R_0 \cdot K \quad \dots\dots\dots(20)$$

$$\theta_n = \theta_0 - \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i = \theta_0 - \alpha \quad \dots\dots\dots(21)$$

$$x_n = K \cdot (x_0 \cos \alpha + y_0 \sin \alpha) \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$y_n = K \cdot (y_0 \cos \alpha - x_0 \sin \alpha) \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$z_n = z_0 + \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i = z_0 + \alpha \quad \dots\dots\dots(24)$$

となる。

ただし

$$K = \prod_{i=0}^{n-1} \sqrt{1 + \delta_i^2} \quad \dots\dots\dots(25)$$

$$\alpha = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i \quad \dots\dots\dots(26)$$

ここで、 $\delta_i = 2^{-i}$ すなわち $\alpha_i = \tan^{-1} \cdot 2^{-i}$ ととり、 i を0より1ずつ増して上記の回転を行なうと、式(22)～(24)は収束することが示される。

従つて α_i の方法によつて

$$x_{i+1} = x_i + 2^{-i} \cdot y_i \quad \dots\dots\dots(27)$$

$$y_{i+1} = y_i - 2^{-i} \cdot x_i \quad \dots\dots\dots(28)$$

$$z_{i+1} = z_i + \alpha_i \quad \dots\dots\dots(29)$$

(4)

$$z_n = \text{Arctan}(y_0/x_0) \quad \dots\dots\dots(30)$$

となり、ある種の平方根や逆正接が求められたことになる。

従来この方法を実現した回路のブロック図を第8図に示す。第8図において(1)～(3)は各々前記回転における x_{i+1} 、 y_{i+1} 、 z_{i+1} の値を計算する算術演算ユニット (Arithmetic Logic Unit: 以下ALUと称す)。(4)、(5)、(6)はそれぞれ x_i 、 y_i 、 z_i を保持しておくレジスタ、(7)、(8)はそれぞれ $2^{-i} \cdot x_i$ 、 $2^{-i} \cdot y_i$ を求めるために使用される下方シフト機能を有するレジスタ、(9)は $\tan^{-1} 2^i$ を格納しておく記憶素子、(10)～(12)はレジスタ(4)～(6)に格納するデータを選択するセレクト回路、 x_0 、 y_0 、 z_0 は演算初期値である。

次に動作について説明する。

最初に演算初期値 x_0 、 y_0 、 z_0 を (10)～(12)のセレクト回路を介してレジスタ(4)～(6)に設定する。このときセレクト回路(10)～(12)は初期値設定のため、それぞれ x_0 、 y_0 、 z_0 を選択し、レジスタ(4)、(7)は x_0 、(5)、(8)は y_0 、(6)は z_0 を取り込む。次

(6)

に式②～④または式②④～②④における $i = 0$ の回転として ALU (1) はレジスタ (4) と (8) の値を、ALU (2) はレジスタ (5) と (7) の値を、また ALU (3) はレジスタ (6) と記憶素子 (9) から読み出された $\tan^{-1} 2^0$ の値を式②～④または式②④～②④に従って加減算を行なう。加算か減算のどちらを行なうかはレジスタ (6) の符号ビットにより決定する。すなわちレジスタ (6) の符号が負ならば式②～④に従い、それ以外の場合は式②④～②④に従って各 ALU (1)～(3) は加減算を行なう。

こうして得られた計算値 x_1 , y_1 , z_1 はセレクト回路 ①②～①③を介してそれぞれレジスタ (4), (7), (5), (8) および (6) に取り込まれる。

次にシフトレジスタ (7), (8) を 1 ビット下方にシフトすることにより $2^{-1}x_1$ と $2^{-1}y_1$ が得られる。こうした後に ALU (1) はレジスタ (4) と (8) の値、ALU (2) はレジスタ (5) と (7) の値、ALU (3) はレジスタ (6) と記憶素子から読み出された $\tan^{-1} 2^{-1}$ の値とをレジスタ (6) の符号、すなわち z_1 の符号に従って前述と同様に加減算し、 $i = 1$ の時の回転を行なう。

(7)

スタを用いて行う。

〔作用〕

この発明により、ALU (1) と ALU (2) から送られる中間結果 ($2^{-(i-1)} \cdot x_{i-1}$, $2^{-(i-1)} \cdot y_{i-1}$) がバレルシフタにより i ビットシフトされ、 $2^{-i} \cdot x_i$, $2^{-i} \cdot y_i$ が求められる。

〔実施例〕

第 1 図に本発明に従うデジタル関数計算装置例を示す。第 1 図において (1)～(3) はそれぞれ x_{i+1} , y_{i+1} , z_{i+1} を計算するために使用される ALU, (4a)～(5b) はそれぞれ、 x_i , y_i , z_i , $2^i \cdot x_i$, $2^i \cdot y_i$ を保持しておく n ビットのレジスタ, (6) は $2^{-i} \cdot \tan 2^{-i}$ を格納しておく記憶素子, ①②～①③はレジスタ (4)～(8) に取り込むデータを選択するセレクト回路, x_0 , y_0 , z_0 は関数計算のための n ビットの初期値, (13a), (13b) は 0 ビットから n ビットまでのシフト機能をもつバレルシフタである。また A はバレルシフタのシフト桁数を与える 16 進表現の m ビットの制御信号である。

まず、バレルシフタ (13a), (13b) の構成例を第

(9)

$i = n$ の場合はシフトレジスタ (7), (8) の下方シフトを n とし、記憶素子 (9) から読み出す値を $\tan^{-1} 2^{-n}$ とする以外は上記の動作を行ない、これをデータの桁数と同数回繰り返すことによりレジスタ (4) には式②の x_n が、レジスタ (5) には式③の y_n の値が、レジスタ (6) には式④の z の値がそれぞれ格納される。

〔発明が解決しようとする問題点〕

従来の CORDIC 法を用いたデジタル関数計算装置は以上のような方法によつていたため、 x , y , z の桁数を n としたときに $2^{-R} \cdot x_R$ 及び $2^{-R} \cdot y_R$ (R は n より小さい正の整数) を計算する場合において上述のシフト動作が $\sum_{R=1}^{n-1} R$ 回必要となる。したがって CORDIC 法では、基本クロックのサイクルタイムを T とした場合、 $(n + \sum_{R=1}^{n-1} R) \cdot T$ だけの実行時間を要する欠点がある。

〔問題点を解決するための手段〕

この発明は以上の欠点を解消するためになされたもので式②, ③, ④における $2^{-i} \cdot x_i$ 及び $2^{-i} \cdot y_i$ を計算するためのシフト動作をバレルシ

(8)

2 図に示す。

第 2 図において ①③はバレルシフタ, ①④は $n-1$ 個の出力を有するデコーダ, (16a)～(16i) は AND ゲート, (17a)～(17c) は OR ゲートであり、 $I_{(n)} \sim I_{(0)}$ は第 3 図におけるセレクト回路 ①④, ①⑤の n ビットの出力データで、 $I_{(n)}$ は最上位ビット、 $I_{(0)}$ は最下位ビットを示す。また第 2 図の $Y_{(n)} \sim Y_{(0)}$ は第 1 図におけるレジスタ (4b), (5b) の入力端子に接続される n ビットのシフト後のデータであり、 $Y_{(n)}$ は最上位ビット、 $Y_{(0)}$ は最下位ビットを示す。

さらに第 2 図の $A_0 \sim A_m$ はシフトさせたいビット数が m 桁の 16 進で表現された制御信号である。

第 3 図にバレルシフタ ①③のシンボル図を、第 4 図にその動作図を示し、第 5 図にバレルシフタ ①④で用いられているデコーダ ①④のシンボル図を、第 6 図にその動作図を示す。

上記のように構成されたバレルシフタ ①③はシフト制御信号 $A_0 \sim A_m$ の示す数だけ入力データ $I_{(n)} \sim I_{(0)}$ が下方に算術シフトした n ビットの出力 $Y_{(n)} \sim Y_{(0)}$ を得ることができる。

(10)

次に第1図の動作について説明する。

最初に初期値をレジスタ(4a)~(5b)に設定するため、セレクト回路00~02はそれぞれ任意に設定された x_0 , y_0 , z_0 を選択し、さらにパレルシフタ(13a), (13b)は $A=0$ の0ビットシフトデータを出力し x_0 はレジスタ(4a), (4b)に、 y_0 はレジスタ(5a), (5b)に、 z_0 はレジスタ(6)に取り込まれる。次に式00~02または式00~02における $i=0$ 番目の回転として、ALU(1)はレジスタ(4a)と(5b)、ALU(2)はレジスタ(5a)と(4b)、ALU(3)はレジスタ(6)と記憶素子(9)から読み出された $\tan^{-1}2^0$ の値とを従来の方法と同様レジスタ(5b)またはレジスタ(6)の符号により、式00~02または式00~02に従って加減算する。セレクト回路00~02はそれぞれ今計算して得られた x_1 , y_1 , z_1 を選択し、さらにパレルシフタ(13a), (13b)は $A=1$ の1ビットシフトデータ $2^{-1} \cdot x_1$ を出力して、 x_1 がレジスタ(4a)に、 $2^{-1} \cdot x_1$ がレジスタ(4b)に、 y_1 がレジスタ(5a)に、 $2^{-1} \cdot y_1$ がレジスタ(5b)に、 z_1 がレジスタ(6)に取り込まれる。

(11)

よる時間を要せずに式00~02または式00~02の近似計算を行なうことができる。

したがって n 桁の x , y , z のCORDIC計算が n 回の動作で実現することができる。

〔発明の効果〕

以上のように本発明によれば、CORDIC法を用いた n ビットのデジタル関数計算装置において、そのベクトル回転の近似計算が $n \cdot T$ の実行時間で求めることができる。

(n は x , y , z のビット数、 T は基本クロックのサイクルタイム)

4 図面の簡単な説明

第1図は本発明に従うデジタル関数計算回路の一実施例のブロック図、第2図はパレルシフタの構成例を示す図、第3図はパレルシフタのシンボル図、第4図はパレルシフタの動作図、第5図はデコーダのシンボル図、第6図はデコーダの動作図である。第7図はCORDIC法におけるベクトルの回転を表わす図、第8図はCORDIC法を実現した従来のデジタル関数計算回路の一実施例の

(13)

その後、ALU(1)はレジスタ(4a)と(5b)、ALU(2)はレジスタ(5a)と(4b)、ALU(3)はレジスタ(6)と記憶素子(9)から読み出された $\tan^{-1}2^{-1}$ の値とを、レジスタ(6)または(5b)の符号により式00~02または式00~02に従って加減算する。こうして得られた x_2 , y_2 , z_2 はセレクト回路00~02を通りレジスタ(4a), (5a), (6)に取り込まれ、同時にパレルシフタ(13a), (13b)は $A=2$ の2ビットシフトデータ $2^{-2} \cdot x_2$ および $2^{-2} \cdot y_2$ を出力して、 $2^{-2} \cdot x_2$ はレジスタ(4b)に、 $2^{-2} \cdot y_2$ はレジスタ(5b)にそれぞれ取り込まれる。以下 $i=n$ 番目の回転としてレジスタ(4b), (5b)に取り込まれるパレルシフタの出力を $2^{-(n-1)} \cdot x_{n-1}$ 及び $2^{-(n-1)} \cdot y_{n-1}$ とし、記憶素子(9)から読み出す値を $\tan^{-1}2^{-(n-1)}$ とする以外は上記と同様の回転を繰り返すことにより、レジスタ(4a)には式00の x_n をレジスタ(5a)には式00の y_n を、レジスタ(6)には式00の z_n を計算することができる。

本発明では以上のような方法によるため、 $2^{-i} \cdot x_i$ および $2^{-i} \cdot y_i$ を計算するためのシフト動作に

(12)

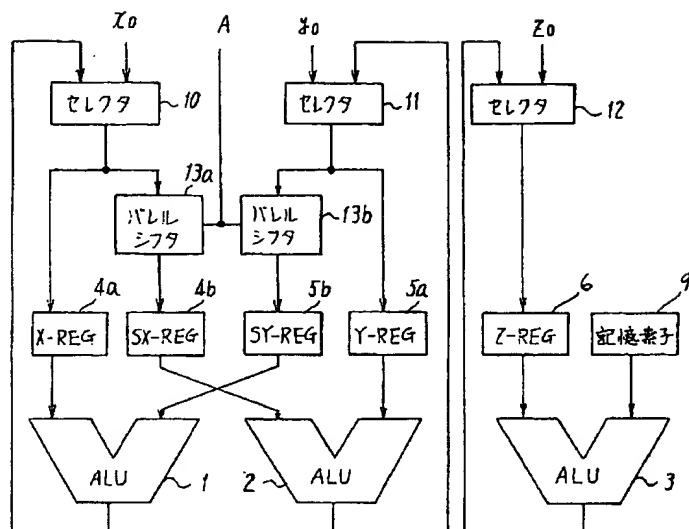
ブロック図である。

図中 (x_i, y_i) , (x_{i+1}, y_{i+1}) はそれぞれ点 P_i , P_{i+1} の直交座標、 (R_i, θ_i) , (R_{i+1}, θ_{i+1}) はそれぞれ点 P_i , P_{i+1} の極座標、 α_i は θ_i と θ_{i+1} のなす角度、(1)~(3)は演算ユニット、(4)~(6)は演算データを保持するレジスタ、(7), (8)は下方シフト機能を有するレジスタ、(9)は回転角度の逆正接を格納しておく記憶素子、00~02はセレクト回路、 x_0 , y_0 , z_0 は演算初期値、03は $n-1$ ビットのシフト機能を有するパレルシフタ、04はデコーダ、05はANDゲート、06はORゲートである。

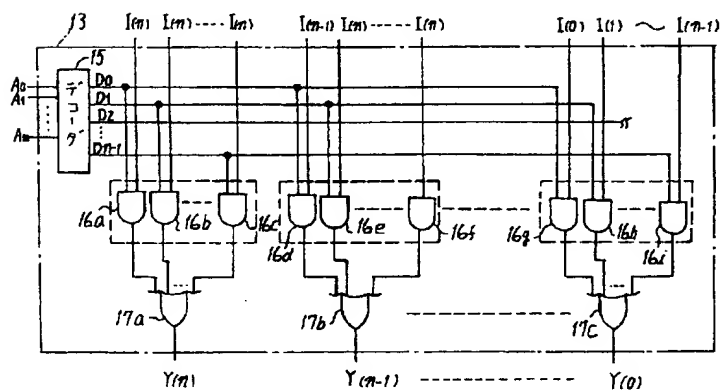
代理人 大 岩 増 雄

(14)

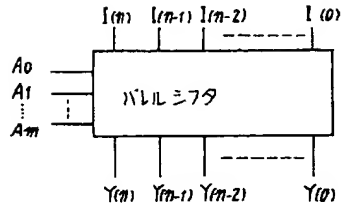
第 1 図



第 2 図



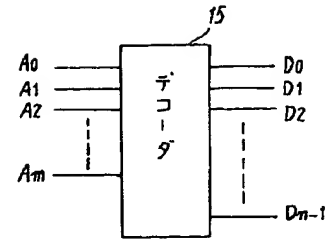
第 3 圖



第 4 圖

A_m	A_{m-1}	A_1	A_0	$Y(m)$	$Y(m-1)$	$Y(m-2)$	$Y(2)$	$Y(1)$	$Y(0)$
0	0	0	0	$I(m)$	$I(m-1)$	$I(m-2)$	$I(2)$	$I(1)$	$I(0)$
0	0	0	1	$I(m)$	$I(m)$	$I(m-1)$	$I(3)$	$I(2)$	$I(1)$
0	0	1	0	$I(m)$	$I(m)$	$I(m)$	$I(4)$	$I(3)$	$I(2)$
0	0	1	1				$I(5)$	$I(4)$	$I(3)$
0	1	0	0						
0	1	0	1						
0	1	1	0						
0	1	1	1						
1	1	1	1	$I(m)$	$I(m)$	$I(m)$	$I(m)$	$I(m)$	$I(m)$

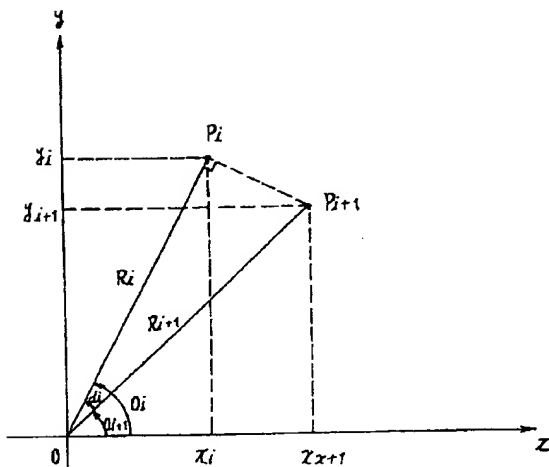
第 5 圖



第 6 圖

A_m	A_{m-1}	A_1	A_0	D_{m-1}	D_{m-2}	D_2	D_1	D_0
0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1			0		
0	1	0	0					
0	1	0	1					
0	1	1	0					
0	1	1	1					
1	1	1	1	1	0	0	0	0

第 7 圖



第 8 圖

